

УДК 621.7.044

Пузырь Р. Г.  
Кондратюк С. О.**РАЗРАБОТКА МЕТОДА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ  
ПРИ БЕЗМАТРИЧНОЙ ГИБКЕ**

Процессы изгиба полос различной ширины изучены и достаточно освещены в литературе по листовой штамповке [1, 2]. При этом деформирующим инструментом (гибка моментом) являются пуансон и матрица, на которую устанавливается изгибаемая полоса. Величина усилия, моментов, распределение напряжений, форма полосы после изгиба зависят от геометрических параметров инструмента, материала и размеров самой пластины. При этом после деформации полоса принимает профиль пуансона.

Процесс гибки пуансоном без использования матрицы ранее не рассматривался, поэтому требует детального анализа для прогнозирования формы, получаемой при изгибе пластины, т. к. в процессе деформации отсутствует контакт пуансона с той частью заготовки, которая изгибается.

Целью работы является, разработка математической модели безматричной гибки для определения требуемых усилий, распределения напряжений и деформаций по толщине полосы и формы, получаемой после приложения нагрузки.

Рассмотрим прямоугольную пластину (рис. 1) Через ее серединную плоскость проведем декартовую систему координат  $x_1, x_2, x_3$ , причем оси  $x_1$  и  $x_2$  расположим в серединной плоскости. Полагаем, что пластина нагружена изгибающими моментами, которые приложены к двум ее противоположным краям. Следовательно, при наличии любого опирания на контуре пластина будет изгибаться, т. е. срединная плоскость получит прогиб. Для расчета примем следующие допущения [3]:

- 1) прогибы пластины, т. е. ее перемещения вдоль оси  $x_3$ , малы по сравнению с толщиной пластины  $h$ ;
- 2) точки срединной пластины в процессе деформирования перемещаются только вертикально, т. е. параллельно оси  $x_3$ ;
- 3) нормаль к срединной плоскости при деформировании остается прямой, перпендикулярной к срединной поверхности (гипотеза Киргофа-Лява);
- 4) нормальные напряжения  $\sigma_{33}$ , действующие в плоскостях, перпендикулярных вертикальной оси  $x_3$ , очень малы по сравнению с другими напряжениями.

Иначе говоря, принимается, что слои пластины не давят один на другой.

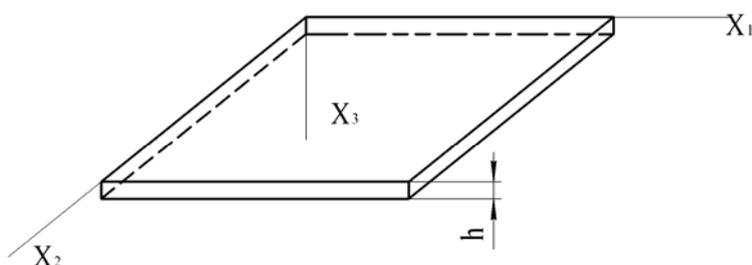


Рис. 1. Пластина в декартовой системе координат

При приложении поперечной нагрузки  $F(x)$  в направлении оси  $x_3$  на этот элемент действуют нормальные  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{22}$  напряжения, касательные напряжения  $\sigma_{13}$  и  $\sigma_{23}$  распределенные по параболическому закону и касательные напряжения  $\sigma_{12}$  и  $\sigma_{21}$ , распределенные по линейному закону.

Равнодействующие всех этих напряжений дают соответственные усилия – изгибающие моменты и поперечные силы:

$$M_{11} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} x_3 dx_3; \quad M_{22} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{22} x_3 dx_3;$$

$$M_{12} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{12} x_3 dx_3; \quad M_{21} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{21} x_3 dx_3;$$

$$Q_1 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{13} dx_3; \quad Q_2 = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{23} dx_3,$$

где  $M_{11}$  и  $M_{21}$  – изгибающие моменты относительно осей;

$M_{11}$  и  $M_{21}$  – крутящие моменты;

$Q_1$  и  $Q_2$  – поперечные силы.

Для составления математической модели расчета пластины необходимо записать уравнения статики, геометрические уравнения и физические уравнения.

Для этого выделим в исследуемой пластине в срединной ее плоскости элемент и приложим к нему полученные ранее усилия. Если в сечении с координатой  $x_1$  действует момент  $M_{11} dx_2$ , то в соседнем сечении, имеющем координату  $x_1 + dx_1$ , будет действовать момент  $\left( M_{x_1} + \frac{\partial M_{x_1}}{\partial x_1} dx_1 \right) dx_2$ . Аналогичные приращения получают остальные компоненты моментов и поперечных сил. Уравнения равновесия элемента составим в проекциях на ось  $x_3$  и в моментах относительно осей  $x_1$  и  $x_2$ . После простых преобразований получим такое дифференциальное уравнение статики [3]:

$$-\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 M_{22}}{\partial x_2^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} = F. \quad (1)$$

В нашем исследовании поперечная нагрузка отсутствует, тогда уравнение равновесия элемента пластины с учетом проекций повернутых внутренних усилий на оси неподвижной системы координат запишется как [4]:

$$-\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 M_{21}}{\partial x_2^2} - \frac{2 \partial^2 M_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} + \left( \sigma_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + 2 \sigma_{12} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} + \sigma_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) = 0. \quad (2)$$

С учетом связи между уравнениями статики и геометрическими уравнениями получим общий вид геометрических уравнений, а именно:

$$\{\chi\} = \{A\}^T u, \quad (3)$$

где  $\{\chi\}$  – вектор-функция, означающая деформации;

$\{A\}^T u$  – дифференциальный оператор второго порядка:

$$\{A\}^T = \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \end{pmatrix},$$

$u = u(x_1, x_2)$  – скалярная функция поверхности прогибов;

$\chi_{11} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}$  – кривизна поверхности прогибов по оси  $x_1$ ;

$\chi_{22} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}$  – кривизна по направлению по оси  $x_2$ ;

$\chi_{12} = -2\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2}$  – кривизна поверхности относительно обеих осей.

Итак, имеем уравнения статики и геометрические уравнения. Для решения данной задачи нужно указать физический закон связи напряжений и деформаций, а также граничные условия.

Воспользуемся условиями о максимуме интенсивности касательных напряжений (Губера-Мизеса) [4]:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2} + \sigma \left( \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{zx}^2 \right) \right). \quad (4)$$

При деформации тонкой пластины в каждом ее слое, параллельном срединной плоскости, имеет место плоское напряженное состояние, и можно принять  $\sigma_z = 0$ ,  $\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$ .

Тогда выражение для интенсивности напряжений примет вид:

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau^2}. \quad (5)$$

Далее принимаем модель идеально упругопластического тела.

Предположим, что материал является несжимаемым, т. е.:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0.$$

Уравнение связи по деформационной теории пластичности запишется так:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E_c} \left( \sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E_c} \left( \sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right) \\ \gamma &= \frac{3}{E_c} \tau \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где  $E_c = \frac{\sigma}{\varepsilon}$  – секущий модуль упругости на диаграмме одноосного растяжения образца, т. е. модуль  $E_c$  является переменным и зависит от  $\varepsilon$ .

В матричной форме математическая модель расчета упругопластической пластины будет иметь такой общий вид:

$$\left. \begin{aligned} \{A\}M + h\Pi(\sigma, u) &= \{0\} \\ \{A\}^T \{u\} - \{x\} &= \{0\} \\ \{\sigma\} - [E_c] \{\varepsilon\} &= \{0\} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

$$\text{где } \Pi(\sigma, u) = \left( \sigma_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \sigma_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + 2 \frac{\sqrt{\partial^2 u}}{\partial x_1 \partial x_2} \right).$$

В системе (7) имеются следующие искомые величины: три функции моментов  $M_{11}(x_1, x_2)$ ,  $M_{22}(x_1, x_2)$ ,  $M_{12}(x_1, x_2)$ , три функции кривизны  $\chi_{11}(x_1, x_2)$ ,  $\chi_{22}(x_1, x_2)$ ,  $\chi_{12}(x_1, x_2)$  и скалярная функция прогибов  $u(x_1, x_2)$ . Для нахождения семи неизвестных функций имеем всего семь уравнений.

Систему уравнений решаем, принимая в качестве основных неизвестных перемещения  $u(x_1, x_2)$ .

Для этого подставляем выражения для напряжений из закона связи напряжений и деформаций в уравнения статики и решаем систему относительно перемещений. В развернутой форме это решение будет иметь вид [2]:

$$\begin{aligned} M_{11} &= D' \left[ \begin{aligned} &\varphi_c \left( x_{11} + \frac{1}{2} x_{22} \right) - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \times \\ &\times \frac{\sigma_{11} \Pi(\sigma, x)}{\sigma_{ij}^2} \end{aligned} \right]; \\ M_{22} &= D' \left[ \begin{aligned} &\varphi_c \left( x_{22} + \frac{1}{2} x_{11} \right) - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \times \\ &\times \frac{\sigma_{22} \Pi(\sigma, x)}{\sigma_{ij}^2} \end{aligned} \right]; \\ M_{12} &= \frac{3}{4} D' \left[ \begin{aligned} &\frac{2}{3} \varphi_c x_{12} - (\varphi_c - \varphi_k) \times \\ &\times \frac{\sigma_{12} \Pi(\sigma, x)}{\sigma_{ij}^2} \end{aligned} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $D' = \left[ \frac{ER^3}{12(1-\mu^2)} \right]$  – цилиндрическая жесткость пластины;

$\mu$  – коэффициент Пуассона (при пластической деформации  $\mu = 0,5$  [3]);

$\varphi_c = \frac{E_c}{E}$ ,  $\varphi_k = \frac{E_k}{E}$  – безразмерные величины;

$E$  – модуль упругости для данного материала;

$E_k$  – касательный модуль упругости;

$E_k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$  – по диаграмме растяжения.

Рассматривая малые прогибы пластины, подставим выражение (8) в уравнения равновесия (2), но для начала выразим кривизну и кручения изогнутой пластины через прогибы и опустим некоторые преобразования, тогда выражения (8) примут вид:

$$M_{11} = -D' \begin{bmatrix} \varphi_c \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \times \\ \times \frac{\sigma_{11} \Pi(\sigma, u)}{\sigma_{ij}^2} \end{bmatrix};$$

$$M_{22} = -D' \begin{bmatrix} \varphi_c \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} \right) - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \times \\ \times \frac{\sigma_{22} \Pi(\sigma, u)}{\sigma_{ij}^2} \end{bmatrix};$$

$$M_{12} = -D' \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \varphi_c \frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{3}{4} (\varphi_c - \varphi_k) \times \\ \times \frac{\sigma_{12} \Pi(\sigma, u)}{\sigma_{ij}^2} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Уравнение равновесия приобретает вид:

$$\left[ 1 - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + 2 \left[ 1 - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\sigma_{11} \sigma_{22} + 2 \sigma_{12}^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2 \partial y^2} + \left[ 1 - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{ij}^2} \right] \times$$

$$x \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} - 3 \left( 1 - \frac{\varphi_k}{\varphi_c} \right) \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{ij}^2} \left( \sigma_{11} \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^3 \partial x_2} + \sigma_{22} \frac{\partial^4 u}{\partial x_1 \partial x_2^3} \right) + \frac{h}{D'_c} \Pi(\sigma, u) = 0, \quad (10)$$

где  $D'_c$  – цилиндрическая жесткость, соответствующая секущему модулю прочности.

Для пластины, изгибаемой действием моментов, приложенных к двум противоположным краям (рис. 2), примем такие граничные условия.

Мысленно отбросив загнутые концы пластины, допустим, что ее края, к которым приложены моменты, шарнирно закреплены, а два других ее края свободны (рис. 3).

Тогда граничные условия на шарнирно закрепленных краях принимаются такими, что прогибы равны нулю, однако этот край может свободно повернуться, т. е.:

$$u = 0; \quad M_{11} = 0 \quad \text{при } x_1 = 0, \quad x_1 = a.$$

В перемещениях:

$$u = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) = 0, \quad (11)$$

если выполнено условие  $u = 0$ , то вдоль края  $x_1 = 0$ ,  $x_1 = a$ , заведомо  $\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = 0$ , тогда условие

окончательно будет иметь вид:

$$u = 0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = 0, \quad \text{при } x_1 = 0, \quad x_1 = a.$$

На свободных краях равны нулю изгибающие и крутящие моменты, а также поперечные силы  $M_{22} = 0; R_{22} = 0$  или:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x_2^3} + (2 - \mu) \frac{\partial^3 u}{\partial x_2 \partial x_1^2}, \tag{12}$$

при  $x_2 = 0$  и  $x_2 = b$ .

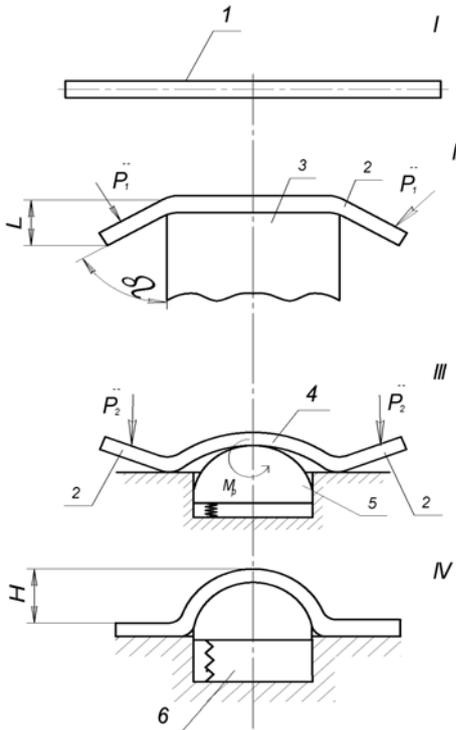


Рис. 2. Технологический переход получения цилиндрической поверхности

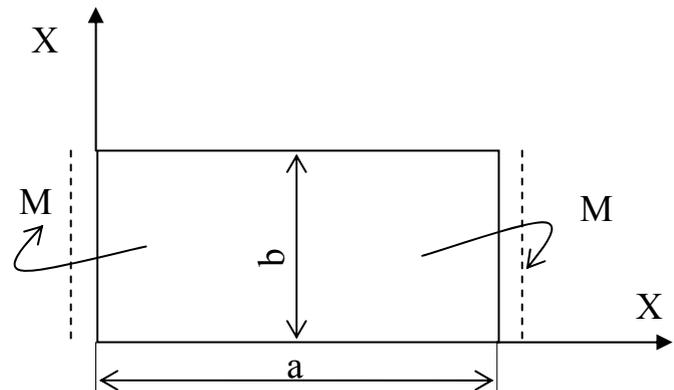


Рис. 3. Модель пластины

Рассмотрим пластину, удлиненную вдоль оси  $x_1 = 0$ , ( $a \geq b$ ) и сжатую вдоль длинной стороны усилиями  $\sigma_{x1}$ , изменяющимися по линейному закону  $\sigma_{x1} = \sigma_o \left(1 - \alpha \frac{y}{b}\right)$ .

При  $\alpha = 2$  приходим к случаю чистого изгиба, что соответствует принятым условиям нагружения.

В уравнении равновесия (10) следует положить, что:

$$\sigma_i = \sigma_{x1} = \sigma; \quad \sigma_{22} = \sigma_{12} = 0.$$

Тогда зависимость (10) примет вид:

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{3 \varphi_k}{4 \varphi_c}\right) \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} + \frac{h \sigma_o \left(1 - 2 \frac{y}{b}\right)}{D'_c} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = 0. \tag{13}$$

При сильно развитой пластической деформации можно положить  $\varphi_k = \varphi_c$  [4].

Так как изгибающие моменты приняты равными между собой и распределены равномерно по краям, то уравнение (13) можно заменить однородным дифференциальным уравнением, которому должны удовлетворять прогибы  $u$  в виде:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x_2^4} = 0; \quad (14)$$

для  $x_2 = 0, x_2 = b$ :

$$\begin{aligned} u &= 0; \\ -D_c \varphi_c \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) &= f_1(x_1); \\ -D_c \varphi_c \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right) &= f_2(x_1), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $f_1$  и  $f_2$  представляют собой законы распределения изгибающих моментов по краям пластины.

Для приближенного расчета функцию прогибов представим в виде аппроксимирующего выражения. Точность расчета будет зависеть от того, насколько точно выбранная функция  $u(x_1, x_2)$  будет соответствовать действительной форме и граничным условиям изогнутого элемента.

Аппроксимируем функцию прогибов выражением:

$$u = Y(x_2) \sin \frac{m\pi x_1}{a}, \quad (16)$$

где  $Y(x_2)$  искомая функция, зависящая только от  $x_2$ ;

$m$  – число полуволн, образующихся при изгибе.

Подставляем (16) в уравнение (14), сокращая на  $\sin\left(\frac{m\pi x_1}{a}\right)$ , получим:

$$\frac{d^4 Y}{dx_2^4} - 2 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2 Y}{dx_2^2} + \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 Y = 0, \quad (17)$$

т. е. от уравнения в частных производных переходим к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно функции  $Y$ .

Введем обозначение:

$$\frac{m\pi}{a} = \lambda, \quad (18)$$

и составим характеристическое уравнение:

$$k^4 - 2\lambda^2 k^2 + \lambda^4 = 0. \quad (19)$$

Интеграл уравнения примем в виде:

$$Y(x_2) = A \operatorname{sh} \lambda x_2 + B \operatorname{ch} \lambda x_2 + C \lambda x_2 \operatorname{sh} \lambda x_2 + D \lambda x_2 \operatorname{ch} \lambda x_2. \quad (20)$$

В случае симметрии  $Y(x_2)$  должен быть четной функцией от переменной, и тогда в выражении (20) необходимо положить  $A = D = 0$ , после этого из уравнения (16) получим:

$$u = (Bch\lambda x_2 + C\lambda x_2 sh\lambda x_2) \sin \lambda x_1. \quad (21)$$

Для выполнения граничного условия (15) надо потребовать, чтобы:

$$(Bch\alpha + C\alpha sh\alpha) = 0, \quad (22)$$

где  $\alpha = \frac{m\pi b}{2a}$ .

Отсюда:

$$B = -C\alpha th\alpha \quad (23)$$

и прогиб в симметричном случае будет:

$$u = C(\lambda x_2 sh\lambda x_2 - 2th\alpha ch\lambda x_2) \sin \lambda x_1. \quad (24)$$

Для определения постоянной  $C$  исходим из граничных условий (15). Представив распределение изгибающих моментов по краям  $x_2 = \pm \frac{b}{2}$  тригонометрическим рядом, будем иметь:

$$f(x_1) = f(x_2) = \sum_{m=1}^{\infty} \Omega_m \sin \frac{m\pi x_1}{a}, \quad (25)$$

где  $\Omega_m$  – коэффициент, который для случая равномерного распределения изгибающих моментов будет равен:

$$\frac{4M_0}{\pi} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi x_1}{a}. \quad (26)$$

В данном случае предположим, что  $m = 1$ , тогда выражение (26) примет вид:

$$M_{x_2} = \frac{4M_0}{\pi} \sin \frac{\pi x_1}{a}. \quad (27)$$

Подставляя выражения (24) и (25) в условия (15), получим:

$$-2D_c \varphi_c \lambda^2 C ch\alpha \sin \lambda x_1 = \Omega \sin \frac{\pi x_1}{a}.$$

Откуда:

$$C = \frac{a^2 \Omega}{2D_c \varphi_c \pi ch\alpha} \quad (28)$$

и:

$$u = \frac{a^2}{2\pi^2 D_c \varphi_c} \cdot \frac{\sin \frac{m\pi x_1}{a}}{m^2 ch\alpha} \Omega \times \left( \alpha th\alpha ch \frac{m\pi x_2}{a} - \frac{m\pi x_2}{a} sh \frac{m\pi x_2}{a} \right). \quad (29)$$

Подставляем значение  $\Omega$  в (29), и, учитывая, что  $m = 1$ , получим:

$$u = \frac{2M_0 a^2}{\pi^3 D_c \varphi_c} \cdot \frac{1}{ch \frac{\pi b}{2a}} \times \left( \frac{\pi b}{2a} th \frac{\pi b}{2a} ch \frac{\pi x_2}{a} - \frac{\pi x_2}{a} sh \frac{\pi x_2}{a} \right) \sin \frac{\pi x_1}{a}. \quad (30)$$

Прогиб на оси симметрии будет равен:

$$u = \frac{2M_0 a^2}{\pi^3 D_c \varphi_c} \cdot \frac{\frac{\pi b}{2a} \operatorname{th} \frac{\pi b}{2a}}{ch \frac{\pi b}{2a}} \cdot \sin \frac{\pi x_1}{a}. \quad (31)$$

## ВЫВОДЫ

Таким образом, используя допущения технической теории, удалось получить выражение для расчета прогибов полосы при нагружении ее противоположных сторон моментами. Используя это выражение, можно определить поле напряжений и деформаций по формулам, приведенным в данной работе. В настоящее время появился целый ряд процессов обработки металлов давлением, у которых происходит самопроизвольное формоизменение заготовки при незначительном силовом воздействии или без него. Поэтому возникла необходимость в классификации этих процессов в дальнейшем, их совершенствовании и разработке новых.

Для снижения деформирующих усилий, энергоемкости и повышения экологичности можно рекомендовать к использованию следующие устройства, способы, технические приемы, физические процессы:

1. Использование резонансных явлений, возникающих при формоизменении заготовки.
2. Формоизменение заготовки при возникновении локализации деформаций при растяжении и сжатии.
3. Концентрация и накопление энергии в импульсно-деформируемой заготовке.
4. Использование эффекта откола при импульсном формоизменении заготовки.
5. Использование и учет внутренних напряжений, которые возникли в деформируемой заготовке в технологических операциях, предшествующих формоизменяющим операциям (технологическая наследственность), для снижения деформирующих усилий в формоизменяющих и разделительных операциях листовой штамповки.
6. Использование реактивных составляющих деформирующих усилий для интенсификации процесса формоизменения.
7. Использование обратного хода пресса и его упругой разгрузки для выполнения технологических операций и операций, интенсифицирующих процесс формоизменения.
8. Разработка устройств для штамповки листовых заготовок кристаллизующейся жидкостью, «разбухающими» металлами и использование процесса эпитаксии для создания высоких давлений.
9. Использование эффектов электро- и сверхпластичности.
10. Использование локального нагружения для формоизменения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Романовский В. П. Справочник по холодной штамповке / В. П. Романовский. – Л. : Машиностроение, 1979. – 520 с.
2. Лысов М. И. Теория и расчет процессов изготовления деталей методами гибки / М. И. Лысов. – М. : Машиностроение, 1966. – 236 с.
3. Тимошенко С. П. Пластинки и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М. : Наука, 1966. – 636 с.
4. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – М. : Наука, 1967. – 984 с.

Пузырь Р. Г. – канд. техн. наук, доц. КГУ им. М. Остроградского;  
Кондратюк С. А. – аспирант КГУ им. М. Остроградского.

КГУ – Кременчугский государственный университет им. М. Остроградского, г. Кременчуг.

E-mail: kafea@polytech.poltava.ua